

TP 3 - Matrices

Jean-Baptiste Rouquier

18 octobre 2005

1 Remarques sur le TP précédent

- Si vous voulez lire la doc sans avoir à lancer camlwin.exe, elle se trouve dans `c:\caml\doc\refman73.hlp`.
- Choisir des noms à une lettre pour ses variables est un excellent moyen d'énerver le correcteur. Soit vous mettez des commentaires pour expliquer ce que fait chaque variable, soit (beaucoup mieux) on comprend le rôle de chaque variable et chaque fonction auxiliaire en lisant son nom. Éviter autant que possible les fonctions récursives auxiliaires `aux`. Je sais, ce n'est pas toujours facile de trouver un nom, dans ce cas on met un commentaire.
- Le programme n'est pas précis sur ce point mais on peut considérer que les exceptions sont hors programme. En revanche, la fonction `mem` est à connaître.

2 Mise en jambes

Ce TP concerne des matrices (`vect vect`), qui se traitent naturellement par un style impératif.

Question 2.1. Écrire

```
init_matrix : int -> int -> (int -> int -> 'a) -> 'a vect vect
```

sur le modèle de `init_vect`. Bonus : 20 tokens...

Question 2.2 (mentalement). Observer la différence entre

```
let a = make_vect 2 [|0;0;0|] in a.(0).(0) <- 42; a;;
```

et

```
let a = make_matrix 2 3 0 in a.(0).(0) <- 42; a;;
```

(demandez-moi comment faire un copier-coller du code...)

3 Les \sqrt{n} plus petits éléments

On se donne une liste de longueur n dont on veut trouver les $\lceil \sqrt{n} \rceil$ plus petits éléments.

Question 3.1. Écrire la fonction de type `int -> int -> int list` telle que `random_list longueur max` renvoie une liste de `longueur` entiers pseudo aléatoires de $\llbracket 0, \text{max} - 1 \rrbracket$. Elle servira de test aux questions suivantes.

On pourra utiliser la fonction `random__int : random__int n` renvoie un entier de $\llbracket 1, n - 1 \rrbracket$.

Question 3.2. `sqrt_int n` renvoie le plus petit p tel que $p^2 \geq n$, l'écrire. On pourra utiliser `ceil : float -> float` (`ceil x` renvoie $\lceil x \rceil$).

Question 3.3. Écrire `sqrt_plus_petits_naif : int list -> int list`. Quelle est sa complexité?

Indication : écrire `min_list : int list -> int`. Utiliser `except`.

Question 3.4. Écrire `sqrt_plus_petits_tri` qui commence par trier les éléments. Quelle est sa complexité?

Note : `sort__sort (fun x y -> x<y) liste` renvoie `liste` triée par ordre croissant. Le fait que `sort__sort` prenne une fonction en argument permet de trier par ordre croissant, décroissant, sans tenir compte des majuscules, etc.

On va faire encore mieux. L'algorithme consiste à ajouter le plus grand élément à la liste autant de fois que nécessaire pour que sa longueur soit un carré. On dispose alors les éléments de la liste dans une matrice carrée. Sur chaque ligne, on modifie l'ordre des éléments de façon à ce que le plus petit soit en tête. On répète alors $\lceil \sqrt{n} \rceil$ fois les étapes suivantes :

- Trouver le plus petit élément p de la première colonne et le stocker dans la liste résultat.
- Le remplacer par le plus grand élément g de la première colonne.
- Réordonner la ligne qui contenait p (et contient maintenant g) pour que son plus petit élément soit en tête.
- Jeter la ligne qui contenait g .

Question 3.5. Quelle est la complexité?

Question 3.6. Go.

Indications :

- Tenir à jour une variable `japd` («Jetées À Partir De», rien de militaire ici) qui indique que les lignes de la matrice à partir de la numéro `japd` ont été jetées et ne doivent plus être considérées. Jeter une ligne revient donc à décrémenter `japd` puis échanger la ligne à jeter avec la ligne numéro `japd`.
- Écrire les fonctions suivantes
 - `echange vect i j` échange les éléments numéro i et j de `vect`.
 - `extremum ordre liste` est telle que `extremum min liste` renvoie le minimum de la liste et `extremum max liste` renvoie le maximum.
 - `extremum_vect_indice ordre borne vect` considère seulement les éléments numéro 0 à `borne - 1`. Elle renvoie l'indice d'un élément extrémal selon `ordre` : un élément e tel que pour aucun autre élément e' on ait `ordre e' e` qui soit `true` (en supposant que c'est un ordre strict). Ainsi `extremum_vect_indice (prefix <) (vect_length v) v` renvoie l'indice du minimum de v .
- `pad elt list n` ajoute n fois `elt` en tête de `list`.
- `matrix_of_list n list` renvoie la matrice de taille $n \times n$ contenant les éléments de `list` (supposée de longueur n^2).
- `bubble matrix line` modifie la ligne numéro `line` de `matrix` de façon à ce que le plus petit soit en tête (en position 0).

Coller les morceaux (et bien sûr tester).

Question 3.7. Ressortir votre travail sur l'algorithme de Tarjan du médian en temps linéaire (X2004) et proposer oralement une autre solution.