

Loi normale, fonctions caractéristiques

Exercice 1

À un examen, les notes suivent une loi normale de moyenne 7 et écart type 3.

- ▷ 1. Calculer le pourcentage d'individus ayant plus de 10
- ▷ 2. Calculer la note en dessous de laquelle se trouvent 10% des étudiants.
- ▷ 3. Compte tenu des résultats, on décide de revaloriser les notes par une transformation linéaire $Z = aX + b$. Quelles valeurs doit on donner à a et b pour que les valeurs précédentes passent respectivement à 50% et 7?

Exercice 2

Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre λ , c'est-à-dire de densité

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \mathbf{1}_{\mathbb{R}^+}(x)$$

- ▷ 1. Calculer sa fonction caractéristique.
- ▷ 2. Montrer que $\forall a, b \in \mathbb{R}^+, \mathbb{P}(X > a + b | X > b) = \mathbb{P}(X > a)$.

Exercice 3

Soient X et Y deux lois normales centrées réduites indépendantes.

- ▷ 1. En utilisant les fonctions caractéristiques, montrer que les lois $X + Y$ et $X - Y$ sont indépendantes.

Exercice 4

Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes de Poisson de paramètres respectifs λ et μ .

- ▷ 1. Quelle est la loi de $X + Y$?
- ▷ 2. Quelle est la loi conditionnelle de X sachant $X + Y = n$, pour $n \in \mathbb{N}$?